



INSTITUTO DE ENGENHARIA NUCLEAR

RT-IEN- 17/2002

**METODOLOGIA SIMPLIFICADA PARA CÁLCULOS DAS CONSTANTES DAS
CÉLULAS DE CONTROLES DOS NÚCLEOS DE REATORES PARA A CINÉTICA
ESPACIAL**

por

Rubens Souza dos Santos

Aquilino Senra Martinez*

Antônio Carlos Marques Alvim*

* Programa de Engenharia Nuclear - COPPE

Julho/2002

NOTA

**ESTE RELATÓRIO É PARA USO EXCLUSIVO DO
INSTITUTO DE ENGENHARIA NUCLEAR**

O direito a utilização de informações relacionadas ao trabalho de pesquisa realizado no IEN é limitado aos servidores da CNEN e pessoal de organizações associadas, nos limites dos termos contratuais que regem os respectivos convênios. O conteúdo dos relatórios não pode ser separado ou copiado sem autorização escrita do IEN

Título: Metodologia Simplificada para Cálculos das Constantes das Células de Controles dos Núcleos de Reatores para a Cinética Espacial				
Autor(es): Rubens Souza dos Santos, Aquilino Senra Martinez e Antônio Carlos Marques Alvim				e-mail: rsantos@ien.gov.br
Identificação: RT-IEN-17/2002	Nº de páginas: 7	Tipo de Divulgação: Irrestrita (X) Restrita ()	Divulgar para: IEN	Localização: INTRANET
Publicação externa associada (congresso/periódico): Aceito para apresentação no XIII ENFIR - INAC2002				
Palavras chave: Célula de controle, barra negra, transientes em reatores.				
Resumo: <p>Nesse trabalho é apresentado uma metodologia que focaliza a distribuição de barras absorvedoras de nêutrons em núcleos de reatores de potência, para utilizar em cálculos da cinética espacial, principalmente nos transientes de ejeção de grupos de barras de controles. Um modelo numérico para cálculo das constantes macroscópicas baseado no conhecimento do fluxo sem barras é proposto, como alternativa aos modelos analíticos, baseados na hipótese de corrente-nula nos contornos das super-células. O modelo proposto nesse trabalho mostrou-se adequado para tratar de problemas com forte dependência espacial, uma vez que o modelo mostra consistência na média global embutida no modelo analítico.</p>				
Abstract: <p>In this work is presented a methodology which focuses the distribution of neutron absorber rods in nuclear reactor power plants, for utilizing in space kinetic calculations, principally in the cluster ejection transients of control rods. A numerical model for macroscopic constant calculations based on the knowledge of the neutron flux without the control rods is proposed, as alternative to the analytical models, based on the hypothesis of the null current on the cell super boundaries. The proposed model in this work has itself showed adequate to deal with problems with strong space dependence, once that the model showed consistence in the global average built in the analytical model.</p>				
Emissão Data: 09/07/2002	Elaboração: Revisão: Aprovação :	Nome	Rubrica	Data
Divisão: DIRE		Rubens Souza dos Santos		09/07/2002
Serviço: SETER		Paulo Augusto Berquó de Sampaio		09/07/2002
		Orlando João Agostinho Gonçalves		09/07/2002
Instituto de Engenharia Nuclear: Via 5 s/n, Cidade Universitária, Ilha do Fundão, CEP 21945-970, CP 68.550, Rio de Janeiro – RJ - Brasil . Tel.: 00 55 21 2560-4113 Internet: www.ien.gov.br				

I. INTRODUÇÃO

A geração das constantes macroscópicas sejam para projeto, sejam para análise transiente do núcleo, constitui uma importante fase na área da física de reatores. Tendo em vista a utilização da teoria da difusão como a principal metodologia para cálculos de núcleos de reatores, a geração dessas constantes para células combustíveis contendo materiais altamente absorvedores de nêutrons é inadequada, haja vista a validade dessa teoria estar fundamentada na existência de um meio fracamente absorvedor [1,2,3]. A inadequação é gerada pela necessidade do uso de um meio altamente absorvedor para a efetividade do controle do processo de fissão, isto é, o manuseio seguro do reator, criando regiões espacialmente segmentadas no núcleo do reator, como ocorre nos reatores de potência. Essa segmentação cria uma extraordinária complicação para a busca de solução, mesmo que numericamente, pela necessidade de se utilizar teorias diferenciadas para tratar regiões diferenciadas. Essa dificuldade tem sido superada com a chamada correção de transporte baseada na “Blackness Theory” [4], através da identificação das células contendo barras absorvedoras. Na modelagem, a constante macroscópica da super-célula é corrigida de maneira que a taxa de reação no volume dela forneça resultados equivalentes à da teoria da difusão, utilizando como condições de contorno a corrente nula no contorno da célula e os coeficientes da “Blackness Theory” junto à superfície da barra absorvedora. Considerando uniformes as propriedades materiais fora e dentro da barra, num modelo 1D, uma expressão analítica é facilmente obtida para essa correção. Um ponto importante a ser observado é que essa solução não leva em consideração a distribuição espacial das barras absorvedoras, pois ela está restrita à condição de corrente nula nos contornos. Essa metodologia tem se mostrado adequada aos cálculos de projetos e transientes na modelagem da cinética pontual, mas não garante sua aplicação correta aos problemas com forte dependência espacial, como pode acontecer nos transientes típicos de ejeção assimétrica de grupo(s) de barra(s) de controle(s) de um núcleo de um reator de potência. Mesmo para uso em cálculos estacionários, existem trabalhos que buscam soluções que reflitam as distribuições espaciais das barras absorvedoras [5,6] e outros considerando a condição de contorno de fluxo assimétrico [7].

Nesse trabalho estamos propondo uma metodologia de correção que considera, ainda num modelo 1D, a distribuição espacial das barras absorvedoras. Para isso, resolvemos a equação da difusão na região combustível da super-célula, tomamos como condição de contorno os fluxos calculados inicialmente sem as barras absorvedoras, além da hipótese de se utilizar a condição de fluxo extrapolado na barra absorvedora.

II. MODELO ANALÍTICO

Os efeitos das barras absorvedoras localizadas nas células combustíveis tiveram seus efeitos focados na questão da reatividade do reator, tomando por base, o método desenvolvido por Henry [8]. Esse enfoque é constatado na referência [9]. Referências mais novas também têm dado esse tratamento às barras absorvedoras junto às células combustíveis [10]. A referência [2] dá um tratamento explícito à seção de choque efetiva da célula, considerando a presença da barra absorvedora, visando o uso da teoria da difusão. Em todos os enfoques, a célula contendo a barra absorvedora é representada pela Fig. 1:

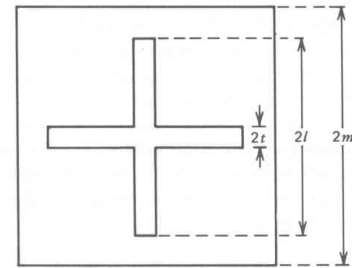


Figura 1. Super-célula

O formato em cruz dessa barra, típica dos “BWRs”, favorece na obtenção, 1D, da seção de choque macroscópica Σ_{ef} representativa do meio material. Acreditamos ainda, ser uma boa aproximação para os “PWRs”, preservada a razão entre o perímetro do contorno da barra absorvedora, P_c , e a área transversal formada pela região externa à barra, A_{cel} , para o conjunto de barras absorvedoras típicas desses reatores.

Tomando as considerações de Duderstadt [2], a seção de choque macroscópica efetiva da super-célula é calculada a partir de:

$$\Sigma_{ef} = \frac{P_c}{A_{cel}} \frac{J_c}{\bar{\phi}}, \quad (1)$$

onde:

J_c = a corrente líquida de nêutrons na superfície do contorno da barra absorvedora,

$\bar{\phi}$ = fluxo médio na região combustível.

Um rearranjo na Eq. (1) conduz à seguinte equação:

$$\Sigma_{ef} = \left(\frac{P_c}{A_{cel}} \right) \alpha \left(\frac{\phi_c}{\phi} \right), \quad (2)$$

onde ϕ_c representa o valor do fluxo no contorno da barra absorvedora e $\alpha = \frac{J_c}{\phi_c}$, é um fator que depende da dimensão e da seção de choque do material absorvedor. Com isto, considerando a distribuição uniforme de fontes de nêutrons de intensidade S_0 na região combustível externa à barra absorvedora, onde é válida a equação da difusão, ocupando uma região 1D compreendida entre a origem e o contorno da barra absorvedora, conforme Fig2,

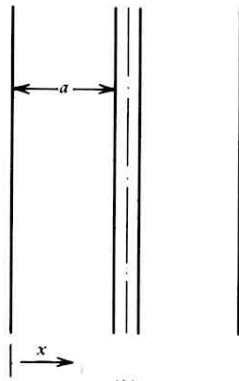


Figura 2. Tratamento 1D da super-célula.

o fluxo de nêutrons na região externa à barra absorvedora é obtido resolvendo a equação abaixo:

$$-D \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \Sigma_a \phi = S_0. \quad (3)$$

Utilizando as condições de contorno:

$$J(0) = 0, \quad (4)$$

$$J(a) = \alpha \phi(a), \quad (5)$$

na Eq. (3), e considerando,

$$\frac{P_c}{A_{cel}} = \frac{1}{a}, \quad (6)$$

temos:

$$\Sigma_{ef} = \frac{\Sigma_a}{a \left[\frac{\Sigma_a}{\alpha} + \left(\frac{1}{L} \right) \coth \left(\frac{a}{L} \right) \right] - 1}, \quad (7)$$

onde L é o comprimento de difusão, dado por:

$$L = \sqrt{\frac{D}{\Sigma_a}}.$$

Uma observação interessante é a independência de Σ_{ef} da fonte S_0 . A influência da barra absorvedora está contida na variável α . No texto de Glasstone [9] α é definido como a razão entre a distância extrapolada e o coeficiente de difusão dentro da barra absorvedora. A distância extrapolada ϵ é definida de tal forma que:

$$\frac{d\phi}{dx} + \frac{\phi}{\epsilon} = 0. \quad (8)$$

Com isto, Glasstone[9] define α como:

$$\alpha = \frac{\epsilon_{BA}}{D}, \quad (9)$$

onde o índice BA indica barra absorvedora. Duderstadt[2] apresenta uma expressão para cálculo de α , considerando uma barra absorvedora cinza, tomando por base a equação de transporte dentro da barra absorvedora. A Eq. (10) reproduz o resultado dessa referência:

$$\alpha = \frac{1 - 2E_3(\Sigma_{BA} t)}{2[1 + 3E_4(\Sigma_{BA} t)]}, \quad (10)$$

e as funções $E_n(z)$ definidas por:

$$E_n(z) = \int_1^{\infty} e^{-zu} u^{-n} du. \quad (11)$$

III. MODELO NUMÉRICO

A metodologia proposta nesse trabalho para calcular a Eq.(2), se baseia na resolução numérica da Eq. (3), utilizando a Eq. (8) como uma das condições de contorno, e os fluxos nos limites da super-célula a partir de uma solução com o reator sem as barras absorvedoras. Com isto, esperamos que a forma do fluxo não perturbado pelas barras absorvedoras influencie espacialmente as constantes efetivas das células. Para isso partimos, ainda a 1D, de uma distribuição de fluxos não perturbados ϕ_i^0 , previamente conhecidos, com a barra absorvedora disposta segundo o esquema da Fig. 3:

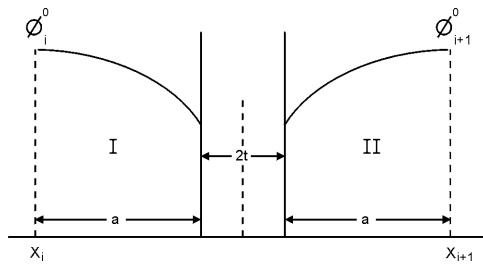


Figura 3. Arranjo esquemático dos fluxos nos contornos de uma super-célula.

A Eq. (3) é discretizada nas regiões I e II, para encontrarmos os Σ_{ef}^I e Σ_{ef}^{II} . Para isso, discretizamos a região I inicialmente, de acordo com a Fig. 4:

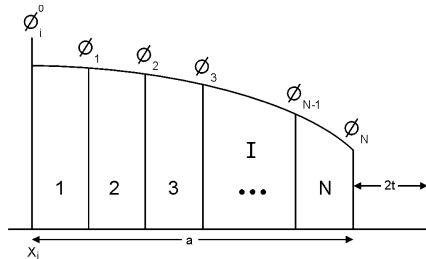


Figura 4. Discretização na região I

Para um ponto genérico k, temos:

$$-D \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \Big|_k + \Sigma_a \phi_k = S_0, \quad (12)$$

$$-D \frac{\frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{k+\frac{1}{2}} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{k-\frac{1}{2}}}{\delta_I} + \Sigma_a \phi_k = S_0, \quad (13)$$

onde:

$$\delta_I = \frac{a}{N}. \quad (14)$$

Utilizando as aproximações:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{k+\frac{1}{2}} \cong \frac{\phi_{k+1} - \phi_k}{\delta_I} \text{ e } \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{k-\frac{1}{2}} \cong \frac{\phi_k - \phi_{k-1}}{\delta_I},$$

e substituindo na Eq. (13), após rearranjos fica,

$$-\frac{D}{\delta_I^2} \phi_{k-1} + \left(2 \frac{D}{\delta_I^2} + \Sigma_a \right) \phi_k - \frac{D}{\delta_I^2} \phi_{k+1} = S_0, \quad (15)$$

onde $k=1,2,3,\dots,N$. Os pontos extremos estão associados às condições de contornos em ambas as regiões. Dessa forma, para a região I temos as seguintes equações para os contornos:

$$\left(2 \frac{D}{\delta_I^2} + \Sigma_a \right) \phi_1 - \frac{D}{\delta_I^2} \phi_2 = \frac{D}{\delta_I^2} \phi_i^0 + S_0, \quad (16)$$

com a condição de contorno de fluxo ϕ_i^0 conhecida;

$$-2 \frac{D}{\delta_I^2} \phi_{N-1} + \left[2 \frac{D}{\delta_I^2} \left(1 + \frac{\delta_I}{\epsilon} \right) + \Sigma_a \right] \phi_N = S_0, \quad (17)$$

com a condição de contorno dada pela Eq. (8).

As equações (16), (15) e (17), nessa ordem, exibem a estrutura clássica da matriz tridiagonal, cuja solução é o vetor:

$$\vec{\phi} = [\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_{N-1}, \phi_N]. \quad (18)$$

Desde que estamos utilizando espaçamentos constantes nas regiões, o valor médio do fluxo nela é dado por:

$$\bar{\phi}_I = \frac{1}{N+1} \left(\phi_i^0 + \sum_{k=1}^N \phi_k \right). \quad (19)$$

Dessa forma, para a região I temos:

$$\Sigma_{ef}^I = \left(\frac{P_c}{A_{cel}} \right) \alpha \left(\frac{\phi_N}{\phi_I} \right). \quad (20)$$

Expressão semelhante é obtida para a região II, observada a aplicação das condições de contorno, da Fig. 5.

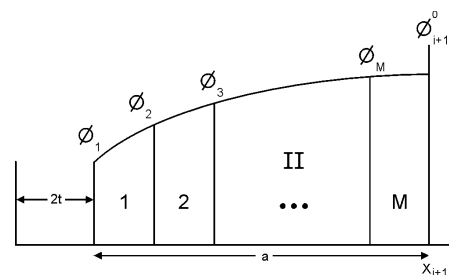


Figura 5. Discretização na região II.

Considerando os contornos dessa região temos:

$$\left[2 \frac{D}{\delta_{II}^2} \left(1 - \frac{\delta_{II}}{\epsilon} \right) + \Sigma_a \right] \phi_1 - 2 \frac{D}{\delta_{II}^2} \phi_2 = S_0, \quad (21)$$

$$- \frac{D}{\delta_{II}^2} \phi_{k-1} + \left(2 \frac{D}{\delta_{II}^2} + \Sigma_a \right) \phi_k - \frac{D}{\delta_{II}^2} \phi_{k+1} = S_0, \quad (22)$$

$$- \frac{D}{\delta_{II}^2} \phi_{M-1} + \left(2 \frac{D}{\delta_{II}^2} + \Sigma_a \right) \phi_M = S_0 + \frac{D}{\delta_{II}^2} \phi_{i+1}^0, \quad (23)$$

onde, dessa vez, $k=1,2,3,\dots,M$, e,

$$\delta_{II} = \frac{a}{M}. \quad (24)$$

Dessa forma temos:

$$\Sigma_{ef}^{II} = \left(\frac{P_c}{A_{cel}} \right) \alpha \left(\frac{\phi_1}{\phi_{II}} \right). \quad (25)$$

O resultado final para a célula global é um valor médio dado pela equação abaixo,

$$\Sigma_{ef} = \frac{1}{2} (\Sigma_{ef}^I + \Sigma_{ef}^{II}). \quad (26)$$

IV. RESULTADOS E CONCLUSÕES

Para verificarmos a metodologia ora proposta, utilizamos um reator unidimensional de comprimento L dividido em NBC super-células, distribuídas uniformemente. Esse arranjo é representado na Fig. 6, junto com a forma do fluxo sem as barras absorvedoras, que, por simplicidade, é dada pela função $\text{sen}(\pi x/L)$.

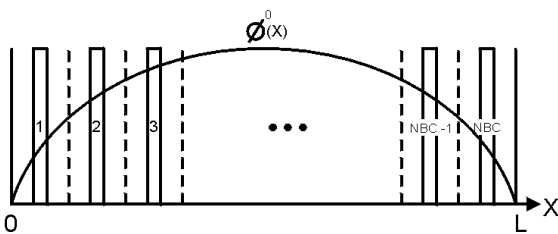


Figura 6. Reator 1D com NBC barras.

Na figura, as linhas tracejadas denotam as interfaces das super-células, e, para esse problema, supusemos que as barras absorvedoras tem uma espessura ϵ . De acordo com a Fig 1, a dimensão da super-célula é dada por:

$$2m = L/NBC. \quad (27)$$

Conforme a Fig. 2, da Eq. (6) temos

$$a = \frac{A_{cel}}{P_c}, \quad (28)$$

e considerando as super-células tendo larguras L_∞ ,

$$A_{cel} = 2m \cdot L_\infty - \epsilon \cdot L_\infty, \quad (29)$$

$$P_c = 2L_\infty - 2\epsilon, \quad (30)$$

que substituindo na Eq. (28) fica, após simplificações e considerando $L_\infty \gg 2\epsilon$:

$$a = m - \frac{\epsilon}{2}. \quad (31)$$

Os parâmetros materiais do reator são exibidos na tabela 1 abaixo, considerando a barra absorvedora como negra.

TABELA 1. Parâmetros do Reator

Σ_a	0,082cm ⁻¹
D	3,0cm
S_0	0,013n/s.cm ³
ϵ	6,39cm
α	0,47

Na tabela 2 são mostrados os valores calculados com os Modelos Numérico (MN) e Analítico (MA), para um conjunto arbitrário de 5 barras de controles, segundo a configuração da Fig. 6 acima, além de utilizar $M=N=10$. Nos resultados fica evidenciada a dependência local dos valores obtidos com o modelo proposto nesse trabalho, contra o modelo analítico.

TABELA 2. Seções de Choques Efetivas das Super-Células

BC	$\Sigma_{ef} - MN$	$\Sigma_{ef} - MA$
1	0,0388	0,0333
2	0,0231	
3	0,0223	
4	0,0231	
5	0,0388	

A tabela 3 abaixo exibe as médias aritméticas dos valores calculados pelo modelo numérico (\overline{MN}), confrontando-os com os valores calculados pelo modelo analítico, para vários grupos de barras absorvedoras. Observamos que à medida em que o número de barras aumenta, a média dos valores distribuídos localmente

tende para o valor calculado analiticamente, provando que o modelo proposto reproduz o resultado global, embutido no modelo analítico. Na tabela também são mostradas as dimensões físicas e de integração das super-células, com o número de barras absorvedoras.

TABELA 3. Influência de NBC .

NBC	MA	\overline{MN}	$2m$	a
1	0,0041	0,0052	130,00	61,805
2	0,0092	0,0084	65,00	2,930
3	0,0155	0,0131	43,33	1,847
4	0,0235	0,0200	32,50	1,306
5	0,0333	0,0292	26,00	0,981
6	0,0452	0,0408	21,67	0,764
7	0,0594	0,0551	18,57	0,609
8	0,0765	0,0723	16,25	0,493
9	0,0969	0,0931	14,44	0,403
10	0,1216	0,1183	13,00	0,331
11	0,1519	0,1493	11,81	0,271
12	0,1897	0,1880	10,83	0,222
13	0,2381	0,2375	10,00	0,181
14	0,3019	0,3030	9,29	0,145
15	0,3898	0,3931	8,67	0,114
16	0,5183	0,5250	8,13	0,087
17	0,7240	0,7361	7,65	0,063
18	1,1055	1,1277	7,22	0,042
19	2,0549	2,1022	6,84	0,023
20	8,5210	8,7394	6,50	0,006

A Fig.7 exhibe os desvios percentuais entre \overline{MN} e MA para vários conjuntos de barras absorvedoras, mostrando a convergência dos valores médios para o resultado global. A tendência para o aumento verificado a partir do conjunto de 14 barras, conforme já verificado na tabela 3, deve ser creditada à divergência nos valores das células extremas do reator, onde a condição de contorno diverge do modelo analítico.

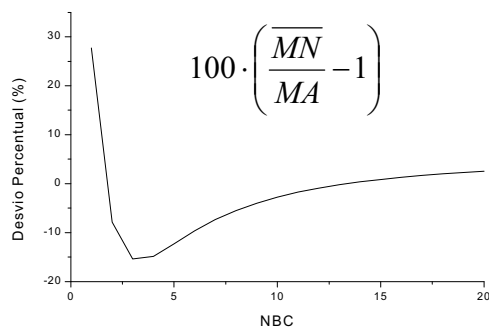


Figura 7. Convergência de \overline{MN} para o valor global MA .

Os resultados apresentados indicam que a adoção do modelo numérico proposto para correção dos parâmetros macroscópicos de super-células, em especial, pode ser utilizado em transientes de retirada incontrolada de barras de controle no núcleo de reatores de forma assimétrica. Ficou evidente que a utilização do fluxo não perturbado pelas barras absorvedoras foi efetiva na substituição da condição de contorno corrente-nula.

REFERENCES

- [1] Bell, G. I. and Glasstone, S., **Nuclear Reactor Theory**, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1970.
- [2] Duderstadt, J.J. and Hamilton, L.J., **Nuclear Reactor Analysis**, John Wiley & Sons, New York, 1976.
- [3] Lamarsh, J.R., **Introduction to NUCLEAR REACTOR THEORY**, Addison-Wesley Publishing, Massachusetts, 1966.
- [4] Maynard, C.W., **Naval Reactor Physics Handbook**, p. 441, A. Radkowsky, Ed., U.S. Government Printing Office, 1964.
- [5] Codd J. and Rennie C.A., **Two Group Theory of Control Rods in a Thermal Reactor**, Report AERE, Gr. Brit., 1952.
- [6] Murray R.L., Price W.T., and Birken S.H., **Control Rod Theory for Asymmetrical Arrays and Reflected Cores**, Nuclear Science and Engineering: 8, 254-259, 1960.
- [7] Michelini, M., **Neutron Transmission Probabilities Across Control Blades Filled with Round Tubes: Formulation and Accuracy**, Nuclear Science and Engineering: 42, 162-170, 1970.
- [8] Henry, A.F., **Review of Methods Used in Control Rod Analysis for Reactor Design at Bettis**, US Atomic Energy Commission Report, TID-7532, Part 1, P. 3, 1957.
- [9] Glasstone, S. and Sesonske, A., **Nuclear reactor Engineering**, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1967.
- [10] Graves, H.W. Jr, **Nuclear Fuel Management**, John Wiley & Sons, 1979.